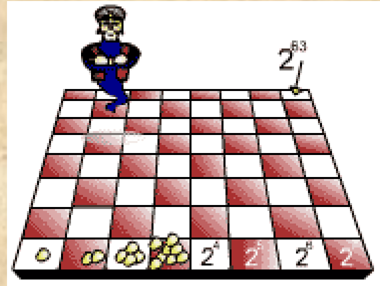
A sakk feltalálója



Kevés játéknak van olyan regényes története, mint a sakknak. A tudomány mindmáig nem volt képes hitelt érdemlően feltárni eredetét, a körülötte terjengő legendákból viszont már évszázadokkal ezelőtt köteteket lehetett volna megtölteni.

A megfizethetetlen találmány

Volt egyszer Indiában egy Shehrán nevű király, aki mindeneken uralkodott, csak saját unalmán nem. Reggel, délben, este, egész nap, folyton csak unatkozott. Annyira unta magát, hogy végül is belebetegedett az unalomba. Ágynak dőlt, felakadt a szeme, mintha haldoklana.
Sessa ebn Daher, az udvari bölcs, megsajnálta urát és hogy unalmát elűzze, feltalált egy játékot: a sakkot.
Ez a játék csodát művelt. Alig játszotta le a király az első játszmát, máris felépült.
- Mit kivánsz jutalmul? - kérdezte Shehrán.
- Tégy a sakktábla első kockájára egy búzaszemet, a másodikra kettőt, a harmadikra négyet és így tovább, minden kockára kétszer annyit, amennyi az előtte lévőn volt - mondta Sessa ebn Daher. - Amennyire a búzaszemek száma a duplázás folytán a 64. kockára nő, annyi búzaszem legyen a jutalmam.
- Szerény kérés! - mosolygott a király. - Beszéded mindazonáltal rejtvényesnek hat ...
- Fejtsd meg a rejtvényt és megtudod, hogy találmányom megfizethetetlen! - válaszolt a bölcs még rejtélyesebben.
Shehrán erre előhívatta tudósait, hogy oldják meg a talányt.
Azok neki is álltak és kiszámították, hogy ha a kérést teljesíteni akarnák, akkor

$$X = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{62} + 2^{63}$$

darab búzaszemet kellene adni a feltalálónak.

<u>Számítsuk ki, mennyi is ez?</u>

<u>Egy ötlet a számításhoz:</u> az úgynevezett **„Teve szabály”**

Sok feladat megoldásánál találkozunk azzal az ötlettel, hogy egy kifejezéshez adjunk hozzá valamit és vonjuk is le ugyanazt, ezzel ugyanis nem változik a kifejezés értéke.

Mennyi az értéke a következő összegnek: $1+2+4+8+ \ldots +2^{63}$

Adjunk hozzá az összeghez 1-et és vonjuk is le belőle azt!

$\mathbf{1} + 1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{63} \mathbf{- 1} =$

$2 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{63} - 1 =$

$4 + 4 + 8 + \ldots + 2^{63} - 1 = \ldots$

$= 2^{63} + 2^{63} - 1 = 2 \cdot 2^{63} - 1 = 2^{64} - 1.$

Egy másik ötlet:

A keresett összeget jelöljük X –szel, azaz

$X = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{62} + 2^{63}$ (1)

Ezt szorozzuk meg 2 –vel, tehát kapjuk, hogy

$2X = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}$ (2)

A (2) egyenletből (1) –et kivonva:

$X = 2X - X = (2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}) - (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{62} + 2^{63}) = 2^{64} - 1$

tehát $X = 2^{64} - 1$ adódik.

Ezt kiszámolva **18.446.744.073.709.551.615** **búzaszem** adódik,

azaz

18 trillió 446 744 billió 73 709 millió 551 ezer 615

búzaszemet kellene Sessa ebn Dahernek adniuk, olyan hatalmas mennyiségű gabonát,

amellyel 9 mm vastagon beboríthatnák az egész földgolyót.

Tehát a találmány valóban megfizethetetlen.

Próbáljuk más oldalról megbecsülni, hogy ez mennyi búza?

Konkrét mérés alapján 300 szem búza tömege 11,4 gramm, ezért

egy búzaszem átlagos tömege 0,038 gramm.

Ezt felhasználva

a **18446744073709551615** búzaszem **tömege 70097624700 tonna.**

Ezt a búza mennyiséget 12 tonnás vasúti kocsikba rakva, amelyek átlagos hossza 12 m,

a vasúti szerelvény hossza 70097674,7 km,

amely 17524.4-szer érné körül az egyenlítőt.

Vagy: A Föld-Hold távolság megközelítőleg 384 000 km, így a fenti vonatszerelvény hossza kb. **1825-szöröse lenne a Föld-Hold távolságnak**.

A **„Teve szabály” eredete:**

A módszer elnevezésével kapcsolatos a következő kis mese:

Az öreg arab, közeli halálát érezvén végrendelkezett. Egyéb vagyona nem lévén, a tevéit hagyta fiaira az alábbiak szerint:
A legidősebb fiú kapja az istállóban lévő tevék felét, a középső a negyedét, a legfiatalabb az ötödét.
Mikor apjuk meghalt, a három fiú megdöbbenve látta, hogy az istállóban 19 teve van, így - érthető okból - nem tudják a végrendeletet végrehajtani.
Elmentek hát a kádihoz, elmondták neki a végrendelet tartalmát és a segítségét kérték apjuk végakaratának teljesítéséhez.
A kádi megismerve a végrendeletet felült a tevéjére, elhajtott az öreg arab házához, és a végrendelet szerint elosztotta az istállóban lévő tevéket, majd hazament.
Hogy cselekedett a kádi?

Megoldás: Bekötötte a saját tevéjét az istállóba, így ott már 20 teve volt.
A 20 teve felét, azaz tízet adott a legidősebb fiúnak, negyedét, azaz ötöt a középsőnek, és ötödét, azaz négyet a legfiatalabbnak.
A maradék egy tevét pedig - a sajátját - hazavitte.
Így tehát minden rendben volt a végrendelet végrehajtása körül.

Feladatok a sakktáblán

Összeállította: *Ágotai László* középiskolai tanár, Kisújszállás

1.) A 8 x 8 –as sakktáblán egy huszár *n* lépést megtéve visszajutott a kiindulási mezőre. Mutassuk meg, hogy *n* páros szám !

2.) A 8 x 8 –as sakktábla bal alsó sarkából el lehet-e a jobb felső sarokba jutni a huszárral úgy, hogy minden mezőt pontosan egyszer érintsünk ?

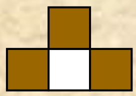
3.) Legfeljebb hány bástyát helyezhetünk el a sakktáblán úgy, hogy semelyik kettő ne üsse a másikat ?

4.) Legalább hány bástyát kell elhelyezni a sakktáblán ahhoz, hogy valamelyikük egyetlen lépésben a sakktábla valamelyik mezőjén lévő ellenséges bábot üthesse ?

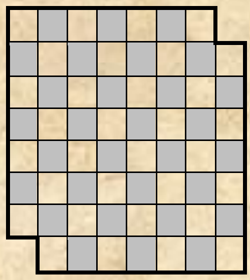
5.) Egy 8 x 8 –as négyzetrács alakú mezőkre osztott szántó bármelyik mezője elgazosodik, ha a mező legalább két oldala gazos mezővel érintkezik.
a.) Legalább hány mezőnek kell megfertőződnie ahhoz, hogy az egész tábla lefertőződjön?
b.) Legfeljebb hány mező fertőződhet meg úgy, hogy tőlük még ne fertőződjön el az egész terület?

6.) Hány négyzetet határoznak meg a 8 x 8 –as sakktábla mezői ?

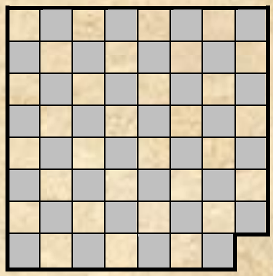
7.) A 8 x 8 –as sakktábla lefedhető- az 1.ábra szerinti, úgynevezett „T –alakzatok”-kal ?



8.) A 8 x 8 –as sakktábla bal alsó és jobb felső mezőjét kivágtuk. Lefedhető –e a maradék tábla 1 x 2 –es dominókkal ?

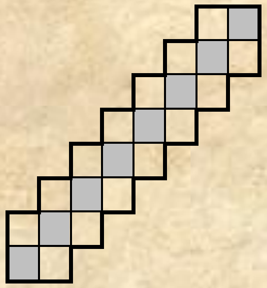


9.) A 8 x 8 –as sakktábla egyik sarokmezője hiányzik. Lefedhető-e a sakktábla 3 x 1 –es dominókkal ?



10.) Egy 9 x 9 –es sakktábla minden mezőjén ül egy bogár. A bogarak percenként átmásznak valamelyik oldalszomszédos mezőre.
Igaz-e, hogy az első öt perc alatt lesz olyan mező, amelyiken éppen nincs bogár ?

11.) Az ábrán lévő csonka sakktáblán a bal alsó sarokból induló
bástya hányféleképpen juthat el a jobb felső sarokba ?



12.) Egy 6 x 6-os sakktáblát 2 x 1 –es dominólapokkal fedtünk le. Igaz-e, hogy:

a.) Ha a mezőket elválasztó 5-5 vízszintes vagy függőleges vonal közül valamelyik kettévág egy dominólapot, akkor kettévág még legalább egyet.

b.) A mezőket elválasztó 5-5 vízszintes és függőleges vonal között van olyan, amelyik egyetlen egy dominót sem vág ketté ?

Nehezebb feladatok:

13.) A 8 x 8 – as sakktábla mezőit megszámoztuk 1 – től 64 – ig az ábrán látható módon.
Nevezzük L-alakzatnak azokat az alakzatokat, amelyeket úgy kapunk, hogy egy 2 x 2 - es négyzet valamelyik mezőjét elhagyjuk.
Hány olyan L-alakzat lesz a sakktáblán, amelyben álló számok összege 3 –mal osztható ?

1	2	3					8
9							
57					62	63	64

14.) A 625 x 625-ös sakktáblán elhelyeztünk 2007 bábut középpontosan szimmetrikusan.
Igaz-e, hogy a 313 –ik sorban van bábu ?

15.) Két barát az alábbi társasjátékot játssza:
egy téglalap alakú asztalra felváltva raknak le piros (I. sz. játékos) és kék (II. sz. játékos) színű korongokat úgy, hogy a korongok az asztalról nem lóghatnak le, és egymást sem részben, sem egészben nem fedhetik. Korongok egymással érintkezhetnek.
Az nyer, aki ilyen feltételek mellett az utolsó korongot le tudja tenni az asztalra.
Ha Te vagy a kezdő, (I. számú) játékos, tudsz-e úgy kezdeni, hogy biztosan nyerjél ?