

Feladatlap a Matematikai logika és Kombinatorika, gráfok témakörökből felzárkóztató, fejlesztő foglalkozásokra

Készítette: Kisné Rácz Hajnalka és Koncsekné Csáki Mónika
az „Iskolaátmenetet segítő, lemorzsolódást megelőző, kompetenciafejlesztő
program matematika tantárgyban” című közös mesterprogramuk részeként

Matematikai logika

- 1) Döntse el, ha eldönthető, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis! Tagadja az alábbi állításokat!
 - a) Ausztria fővárosa Budapest.
 - b) A 7 páros szám.
 - c) Van olyan háromszög, melynek egyik szöge 90^0 .
 - d) Nincs olyan négyszög, melynek két oldala egyenlő hosszú.
 - e) Minden racionális szám egész szám.
 - f) A barátom szép.
 - g) A -3 kisebb, mint a -10.
 - h) A 6 nem osztója a 20-nak.
 - i) Minden egész szám valós szám.
 - j) Nem minden négyszög konvex.
 - k) Rózsa Magdolna jó számokat énekel.
 - l) Minden 0-ra végződő természetes szám osztható 5-el.
 - m) A 400-nak a 10%-a 40.
 - n) Van olyan paralelogramma, amelyik nem rombusz.
 - o) Nincs olyan háromszög, amelynek minden oldala egyenlő.
 - p) Szolnok megyeszékhely vagy a Tisza partján található.
 - q) Kisújszállás falu és a 4-es főút mellett található.
 - r) A 48 osztható 3-mal vagy osztható 4-gyel.
 - s) A 6,2 nagyobb, mint 4 és természetes szám.
 - t) A 18 osztható 3-mal vagy természetes szám.
- 2) Döntse el, hogy igazak-e vagy hamisak-e a következő következtetések!
 - a) Ha egy háromszög két oldala egyenlő hosszúságú, akkor a háromszögnek van két egyenlő nagyságú szöge.
 - b) Ha egy háromszög derékszögű, akkor a két kisebbik szögének összege 90^0 .
 - c) Ha egy háromszög szabályos, akkor van két egyenlő hosszúságú oldala.
 - d) Ha egy háromszögben a legnagyobb oldal hosszának négyzete egyenlő a másik két oldal hosszának négyzetösszegével, akkor ez a háromszög derékszögű.
 - e) Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak egymással, akkor ez a négyszög rombusz.
 - f) Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszúságú, akkor ez a négyszög rombusz.
 - g) Ha egy egész szám osztható 10-zel, akkor osztható 2-vel is.
 - h) Ha egy egész szám osztható 5-tel, akkor osztható 10-zel is.
 - i) Ha egy egész szám osztható 6-tal, akkor osztható 3-mal is.
 - j) Ha egy egész szám osztható 2-vel, akkor osztható 6-tal is.
 - k) Ha egy egész szám osztható 3-mal és 5-tel, akkor osztható 15-tel is.
 - l) Ha egy egész szám osztható 12-vel, akkor osztható 3-mal is és 4-gyel is.
 - m) Ha 6 m/s sebességgel kerékpározom fél órán keresztül, akkor 10,8 km utat fogok megtenni.
- 3) Fordítsa meg a 2.) feladat következtetéseit, majd döntse el mindkettőről, hogy igaz-e vagy sem. Amennyiben lehet a következtetésből és a megfordításából készítsen ekvivalenciát!
- 4) Fogalmazza át a következő állításokat *ha valami.....akkor.....* formába.
 - a) Minden bogár rovar.
 - b) Minden holló fekete.

- 5) Fogalmazza át a következő állításokat *minden*..... formába.
- a) Ha egy négyszög négyzet, akkor az egyenlő oldalú.
 - b) Ha egy szám osztható 6-tal, akkor osztható 3-mal is.

Kombinatorika

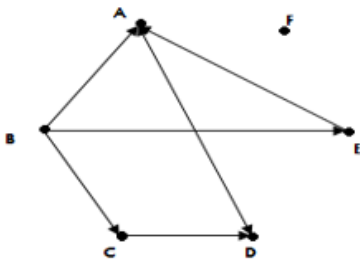
- 6) A 400m-es síkfutás döntőjében nyolcan indulnak. Hányféle beérkezési sorrend lehetséges, ha nincs holtverseny?
- 7) Heten versenyt futnak egymással. Hányféle beérkezési sorrend lehetséges, ha nincs holtverseny? Hány esetben lehet ekkor Andrea az első és Bea a hatodik?
- 8) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hat számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő?
- 9) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hat számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és mindegyik 26-ra végződik?
- 10) Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám képezhető, amelyekben az említett öt számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és az ötjegyű számok mindegyike 235-tel kezdődik?
- 11) A 0, 1, 2, 3 számjegyekből hány olyan négyjegyű szám képezhető, amelyekben az említett négy számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő?
- 12) A 0, 1, 2, 4, 5, 6 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hat számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő?
- 13) A 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 számjegyekből hány olyan hétjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hét számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és a hétjegyű számok mindegyike páratlan?
- 14) A 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből hány olyan nyolcjegyű szám képezhető, amelyekben az említett nyolc számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és a nyolcjegyű számok mindegyike páros?
- 15) A 0, 1, 2, 5, 6 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám képezhető, amelyekben az említett öt számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és osztható 5-tel?
- 16) Az 1, 2, 4, 5, 8, 9 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hat számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és a hatjegyű számok mindegyikében a 4, 5 számjegyek ugyanilyen sorrendben egymás után szerepelnek?
- 17) Az 1, 2, 5, 6, 7 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám képezhető, amelyekben az említett öt számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és az ötjegyű számok mindegyikében az 1, 5, 7 számjegyek ugyanilyen sorrendben egymás után szerepelnek?
- 18) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám képezhető, amelyekben az említett hat számjegy mindegyike pontosan egyszer fordul elő és a hatjegyű számok mindegyikében az 1, 3 számjegyek egymás mellett szerepelnek?
- 19) Három fiú és két lány elmennek együtt moziba. A jegyek egymás mellé szólnak. Hányféleképpen ülhetnek le? Hányféleképpen ülhetnek le, ha lány-lány mellé és fiú-fiú mellé nem ülhet?
- 20) Egyik nap András moziba hívta négy barátját: Balázst, Cilit, Dénest és Erikát. Hányféleképpen ülhettek le, ha András mindenképpen Erika mellett akart ülni?
- 21) Peti kisvasutat kapott ajándékba, a készlethez egy mozdony és négy különböző kocsiját. Hányféle sorrendben akaszthatja a mozdony után a kocsikat Peti?
- 22) Peti észrevette, hogy az ajándékba kapott kisvasút négy különböző kocsiját akár a mozdony elé is kapcsolhatja. Hányféle sorrendben állíthatja össze így a mozdonyból és a négy különböző kocsiból álló szerelvényt?

- 23) Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német. Írja le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét!
- 24) 3 db 3-as és 2 db 2-es számjegyből hány ötjegyű szám készíthető?
- 25) 1 db tiramisu szeletet és két db oroszkrém szeletet hányféle sorrendben tudunk megenni?
- 26) Hányféle sorrendben tehetünk le az asztalra egymás mellé 6 db piros és 3 db kék korongot?
- 27) Beának van három cicás, kettő kutyás és négy zsiráfos bögréje (az egyfajta bögrék egyformák). Hányféle sorrendben teheti a konyhaszekrényben egymás mellé Bea a bögréit?
- 28) Az 1, 3, 5, 6, 7, 8 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám készíthető, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek?
- 29) A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből hány olyan hatjegyű szám készíthető, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek?
- 30) A 2, 3, 4, 6, 7, 8 számjegyekből hány olyan négyjegyű páros szám készíthető, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek?
- 31) A 0, 1, 3, 5, 7, 8, 9 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám készíthető, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek és oszthatók öttel?
- 32) Hány olyan négyjegyű természetes szám van, melynek a számjegyei nem ismétlődnek?
- 33) Hány olyan ötjegyű természetes szám van, melynek a számjegyei nem ismétlődnek?
- 34) Hány olyan hatjegyű természetes szám van, melynek a számjegyei nem ismétlődnek, és osztható 5-tel?
- 35) Egy hétfős csoport tagjai között kisorsolnak két különböző tárgynyereményt. Hányféleképpen találhatnak gazdára a nyeremények, ha egy tag csak egy nyereményt kaphat?
- 36) Egy 20 fős osztály tanulói önmaguk közül választanak egy diákönkormányzati tagot és egy osztálytitkárt. Hányféleképpen történhet ez?
- 37) Egy vállalat kilenc fős igazgatótanácsának tagjai önmaguk közül választanak egy igazgatót, egy igazgatóhelyettest és egy titkárt. Hányféleképpen történhet ez?
- 38) Egy 30 fős osztály tanulói önmaguk közül választanak egy diákönkormányzati tagot és egy osztálytitkárt. Hányféleképpen történhet ez, ha az osztályba járó Kis Éva lesz az osztálytitkár?
- 39) Egy húsz fős csoportban három különböző nyereményt sorsolnak ki. Hányféleképpen történhet ez, ha egy csoporttag csak egy nyereményt kaphat, de a csoporthoz tartozó Nagy Anna pontosan egy nyereményt kap?
- 40) Egy 25 fős osztály tanulói között kisorsolnak egy kosárlabdát, egy milka csokit és egy kg mandarint. Hányféleképpen találhatnak gazdára a nyeremények, ha egy tanuló csak egy nyereményt kaphat és az osztályba járó Kovács Béla megkapja a csokit?
- 41) Egy tizenöt fős csoport tagjai között kisorsolnak egy fülhallgatót és egy mobiltelefont. Hányféleképpen találhatnak gazdára a nyeremények, ha egy tag több nyereményt is kaphat?
- 42) Az 1, 2, 5 számjegyekből hány ötjegyű szám képezhető, amelyekben az említett számjegyek mindegyike többször is szerepelhet?
- 43) A 0, 1, 2, 3 számjegyekből hány háromjegyű szám képezhető, amelyekben az említett számjegyek mindegyike többször is szerepelhet?
- 44) Hány hatjegyű természetes szám van?
- 45) Hány háromjegyű természetes szám van?
- 46) Hány olyan ötjegyű természetes szám van, amelyik 7-tel kezdődik?
- 47) Hány olyan ötjegyű természetes szám van, amely 4-re végződik?
- 48) Hány olyan négyjegyű természetes szám van, amelyben nincs 0?
- 49) Hány olyan négyjegyű természetes szám van, amelyben nincs 3?

- 50) Az egyik mobiltelefon szolgáltatónál a telefonszámok hétjegyűek. Legfeljebb hány előfizető lehet a szolgáltatónál, ha a 0-val kezdődő telefonszám nem megengedett?
- 51) Hány különböző rendszám tábla készíthető Magyarországon, ha az autók rendszáma 4 betűből és 3 számból állhat? (26 egyjegyű betűből és a 10 számjegyből választhatunk, de a „000” szám nem megengedett.)
- 52) Egy húsz fős csoportban négy különböző nyereményt sorsolnak ki. Hányféleképpen történhet ez, ha egy csoporttag több nyereményt is kaphat, de a csoporthoz tartozó Nagy Ibolya pontosan egy nyereményt kap?
- 53) Egy biztonsági kerékpárzáron négy forgatható korong van, melyek mindegyikén a 0,1,2,...,9 számjegyek valamelyike állítható be. A tulajdonos elfelejtette a zár kombinációját. Ha percenként 20 kombinációt tud kipróbálni, a legrosszabb esetben mennyi időbe telhet, amíg próbálgatással ki tudja nyitni a zárat?
- 54) Egy négytárcsás számszár minden tárcsáján 0-tól 6-ig vannak jelölve a számok. Hányféle különböző beállítás lehetséges?
- 55) Egy dobókockával addig dobunk, míg prímszámot nem dobunk. A kapott prímet megjegyezzük. Ezt megismételjük még háromszor, a prímeket sorban egymás után írva. Hány különböző négyjegyű szám lehet az eljárás eredménye?

Gráfok

- 56) Egy gráfban 4 csúcs van. Az egyes csúcsokból 3; 1; 1; 1 él indul. Hány éle van a gráfnak? Rajzolja le a gráfot!
- 57) Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 4; 3; 3; 2; 2!
- 58) Rajzoljunk egy 5 csúcsú gráfot, amelyben a csúcsok fokszámai rendre: 1; 2; 3; 3; 4.
- 59) Rajzoljunk egy 4 csúcsú gráfot, amelyben a csúcsok fokszámai rendre: 0; 1; 1; 2.
- 60) Rajzoljon egy 6 csúcsú gráfot, amelyben a csúcsok fokszámai rendre: 0; 1; 2; 2; 3; 4
- 61) Rajzoljon egy 5 csúcsú teljes gráfot! Mennyi az élek száma?
- 62) Rajzoljon egy 6 csúcsú teljes gráfot! Mennyi az élek száma?
- 63) Egy születésnapi összejövetelen egy 8 fős társaság tagjai közül néhányan koccintottak egymással. Lehetséges-e, hogy az egyes résztvevők 0; 1; 2; 2; 3; 3; 6; 6 másik résztvevővel koccintottak az összejövetel során? Válaszát indokolja!
- 64) Egy sakkverseny döntőjébe 5 versenyző jutott be. Közülük 1 versenyző mindegyik társát ismeri, a többiek pedig egyenként 2-2 személyt ismernek a döntő résztvevői közül. Szemléltesse rajzzal (gráf alkalmazásával) az ismeretségeket, ha az ismeretségek kölcsönösek!
- 65)) Rajzoljon egy gráfot, melynek 6 csúcsa és 6 éle van, továbbá legalább az egyik csúcsának a fokszáma 3.
- 66) Rajzoljon egy olyan 5 csúcsú gráfot, melyben a csúcsok fokszámának összege 10.
- 67) Egy hattagú csoportban minden tagnak pontosan két ismerőse van a csoport tagjai között. Szemléltessen gráffal egy ilyen ismeretségi rendszert! (Az ismeretség kölcsönös.)
- 68)) Egy irodai számítógép-hálózat nyolc gépből áll. Mindegyik gép ezek közül három másikkal van közvetlenül összekötve. Rajzoljon egy olyan gráfot, amely ezt a hálózatot szemlélteti!
- 69) Nyolc csapat körmérkőzést játszik, azaz minden csapat minden másik csapattal egyszer mérkőzik meg. Eddig összesen 9 mérkőzést játszottak le. Hány mérkőzés van hátra?
- 70) Egy ötpontú gráfnak 8 éle van. Mennyi a gráfban a csúcsok fokszámának összege?



71) Egy bajnokságban hat csapat körmérkőzést játszik, azaz minden csapat minden más csapattal csak egyszer játszik. A bajnokság jelenlegi állását az alábbi gráf szemlélteti. Megállapodunk abban, hogy ha két csapat játszott egymással és volt győztes, akkor őket nyíllal kötjük össze úgy, hogy a nyíl a győztes felé mutasson, illetve, ha két csapat döntetlent játszott egymással, akkor az őket összekötő vonal mindkét végén legyen nyíl. A csapat győzelem esetén két pontot, döntetlen esetén egy pontot kap és vereség esetén nem kap pontot. Melyik

csapatnak hány pontja van jelenleg? Hány mérkőzés van még hátra?

- 72) Egy találkozón tíz ember vett részt. Megtörténhetett-e, hogy a társaság egyik fele öt emberrel, míg a másik fele négy emberrel fogott kezét?
- 73) Egy bajnokságban négy csapat A, B, C és D körmérkőzést játszottak. A bajnokság jelenlegi állása szerint A játszott B-vel és D-vel és mindkettőt legyőzte, C és D döntetlent játszottak egymással, illetve B legyőzte D-t. A csapat győzelem esetén két pontot, döntetlen esetén egy pontot kap és vereség esetén nem kap pontot. Melyik csapatnak hány pontja van jelenleg? Hány mérkőzés van még hátra? Ki kivel nem játszott még?
- 74) Egy társaságban a megérkezéskor mindenki mindenkivel kezét fogott. Hány fős a társaság, ha 55 kézfogás történt?
- 75) Egy baráti társaság minden tagja írt egy-egy SMS üzenetet a társaság minden további tagjának. Így mindenki 13 üzenetet írt. Hány SMS-t írtak egymásnak összesen a társaság tagjai?
- 76) Egy 23 fős érettségiző osztályban mindenki mindenkinek adott búcsúzóul egy fényképet. Hány fénykép cserélt gazdát az osztályban?
- 77) Egy hattagú társaságban (kölcsönös) barátságok vannak. Andrásnak és Bélának 2-2 barátja van, Csabának 5, Daninak és Ervinnek 1-1 és Ferinek 3 barátja van a társaságban. Rajzolj olyan gráfot, amely a társaság barátságait szemlélteti! Az ebben a csoportban lehetséges összes barátságok hány százaléka valósult meg?
- 78) A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andrásen kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.
- Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket!
 - Hány mérkőzés van még hátra?
 - Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez?
- 79) Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.
- Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!
 - Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; nem válasz esetén választását részletesen indokolja!)

Felhasznált források:

- Matematika tankönyv 9. évfolyam II. kötet NAT 2020 Szerkesztő: Bosznai Gábor Zoltán, Oktatási Hivatal, 2020
- Matematika tankönyv 10. évfolyam I. - II. kötet NAT 2020 Szerkesztő: Csajági Sándor, dr. Wintshe Gergely, Oktatási Hivatal, 2021
- https://www.nkp.hu/tankonyv/matematika_9_ii_nat2020/
- <https://www.oktatas.hu/kozneveles/erettsegi/feladatsorok>
- Árki Tamás – Konfárné Nagy Klára – Kovács István – Trembeczki Csaba – Urbán János: Sokszínű Matematika Feladatgyűjtemény Gyakorló és érettségire felkészítő feladatokkal 9 – 10. Mozaik Kiadó, Szeged 2019.